UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
DMCC
Prof. Heraldo González

PRIMER CONTROL DE EJERCICIOS
MATEMATICA GENERAL A-02

Santiago, 11 de abril de 2011

1) Considere las siguientes relaciones

$$R = \{ (x,y) \in N^2 / 2x + y = 9 \}$$
$$S = \{ (x,y) \in A^2 / xy \geq 0 \} \text{ si } A = \{-2,-1,0,1,2,3\}$$

a) Determine por extensión las relaciones R y S
b) Determine $dom(R)$, $rec(S)$
c) Determine por extensión R^{-1}

2) Se define en los enteros Z la relación R tal que $aRb \Leftrightarrow a-b$ es múltiplo de 7, de la cual sabemos que es refleja y simétrica

a) Demuestre que R es una relación de equivalencia
b) ¿ Es verdadero que la clase de equivalencia del 2 es igual a la clase de equivalencia del 9?.Justifique

3) Sea R es una relación en A. Demuestre:
Si R es transitiva entonces R^{-1} también es transitiva

4) Consideremos el polinomio $p(x) = x^3 + x - 1$ definido en K.
Decimos que $a \in K$ es un cero de p(x) si $p(a) = 0$
¿Es $a = 2$ un cero del polinomio si

i) $K = R$
ii) $K = Z_3$
iii) $K = Z_7$

Cada pregunta se evalúa con un máximo de 1,5 puntos

Solucionario.

1 a) $R \subseteq N \times N = \{(1,7),(2,5),(3,3),(4,1)\}$

$$S \subseteq A \times A = \left\{ \begin{array}{l} (-2,-2),(-2,-1),(-2,0),(-1,-2),(-2,0),(-1,-2),(-1,-1),(-1,0), \\ (0,-2),(0,-1),(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(1,0),(1,1),(1,2),(1,3),(2,0), \\ (2,1),(2,2),(2,3),(3,0),(3,1),(3,2),(3,3) \end{array} \right\}$$

1 b) $Dom(R) = \{1,2,3,4\}$; $\mathrm{Re}\,c(S) = \{-2,-1,0,1,2,3\}$

1 c) $R^{-1} = \{(7,1),(5,2),(3,3),(1,4)\}$

2 a) Sea $aRb \wedge bRc$, debemos demostrar que aRc

Si $aRb \wedge bRc$ entonces $\begin{cases} \exists m \in Z \text{ tal que } a-b=7m \\ \exists q \in Z \text{ tal que } b-c=7q \end{cases}$, sumando obtenemos

$a-c=7(m+q)$ con $(m+q) \in Z$, así, aRc

2 b) Si, ya que $2R9$

3) Sea $aR^{-1}b \wedge bR^{-1}c$, debemos demostrar que $aR^{-1}c$.
Veámoslo
Si $aR^{-1}b \wedge bR^{-1}c$ entonces $bRa \wedge cRb$, como R es transitiva entonces cRa, de donde $aR^{-1}c$

4 a) Como $p(2)=2^3+2-1=9 \neq 0$ entonces 2 no es cero de $p(x)$
4 b) Como $p(2)=9 \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 3)$ entonces 2 es cero de $p(x)$
4 c) Como $p(2)=9$ no es congruente con $0 \ (\mathrm{mod}\, 3)$ entonces 2 no es cero de $p(x)$